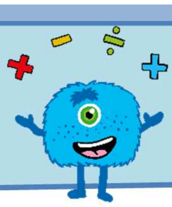


Volume d'une pyramide et d'un cône

Exercices
3ème 11-1

1. Un prisme droit a pour base un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm. Sa hauteur mesure 5 cm.

   Détermine son volume.

2. Un cylindre a un rayon de 3 m. Sa hauteur mesure 5 m.

a. Détermine la valeur exacte du volume du cylindre

b. Détermine la valeur approchée arrondie à l'unité du volume du cylindre

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

3. Un cône a pour diamètre 2 m et pour hauteur 5 m.

a. Calcule la valeur exacte du volume de ce cône.

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

b. Détermine la valeur approchée arrondie à l'unité du volume du cône

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

4. Une pyramide a pour base un rectangle de dimensions 8 cm et 4 cm .Sa hauteur est de 5 cm.

Détermine une valeur approchée au dixième près du volume de cette pyramide

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

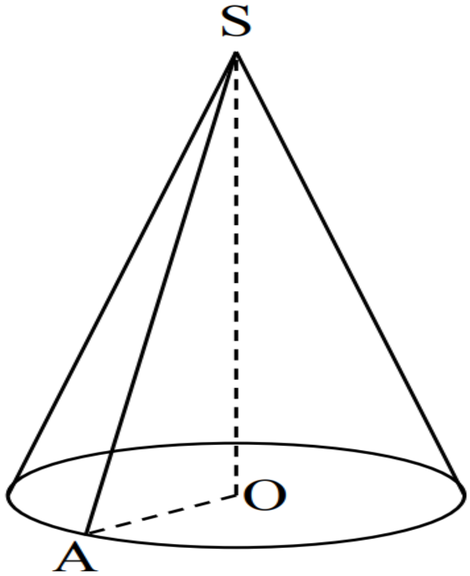
…………………………………………………………………………………..

5. D'après Brevet

On considère une bougie conique représentée ci-contre.

La figure n'est pas aux dimensions réelles

- Le rayon OA de sa base est 2,5 cm.
- La longueur du segment [SA] est 6,5 cm.



a. Sans justifier, donne la nature du triangle SAO.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

b. Construis le triangle SAO en vraie grandeur.

c. Montre que la hauteur SO de la bougie est 6 cm.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

d. Calcule le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie ;

Tu en donneras la valeur arrondie au dixième de cm^3

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

e. Calcule l'angle $\widehat{ASO}$: Tu en donneras la valeur arrondie au degré.

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

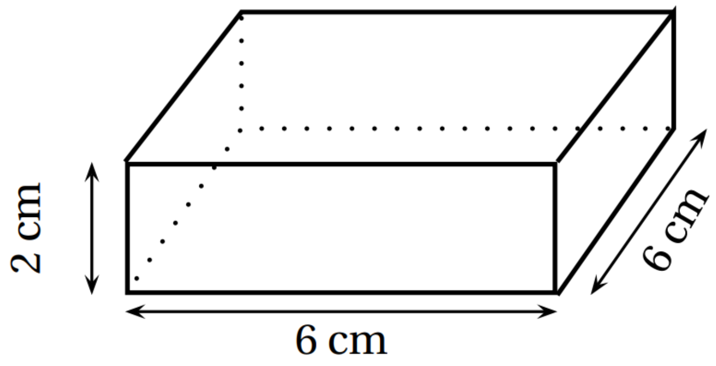
………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

6. D’après brevet

Flora fait des bracelets avec de la pâte à modeler.

- Ils sont tous constitués de 8 perles rondes et de 4 perles longues.
- Cette pâte à modeler s’achète par blocs qui ont tous la forme d’un pavé droit dont les dimensions sont précisées ci-dessous
- La pâte peut se pétrir à volonté et durcit ensuite à la cuisson.



Information sur les perles : Il y a deux types de perles.

Une perle ronde	Une perle longue
 Boule de de diamètre 8 mm	 Cylindre de hauteur 16 mm et de diamètre 8 mm

Flora achète deux blocs de pâte à modeler :

- Un bloc de pâte à modeler bleue pour faire les perles rondes.
- Un bloc de pâte à modeler rouge pour faire les perles longues.

a. Quel est le volume d'un bloc de pâte à modeler ?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

b. Quel est le volume d'une perle ronde, arrondi à l'unité ?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

c. Quel est le volume d'une perle longue, arrondi à l'unité ?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

d. Combien de bracelets peut-elle ainsi espérer réaliser ?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

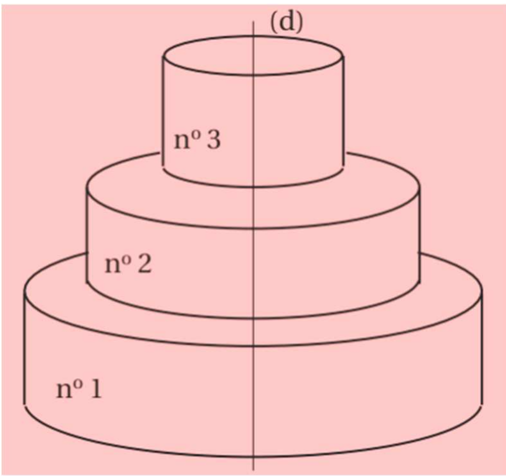
……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

7. D’après brevet

Paul et Michèle ont choisi comme gâteau de mariage une pièce montée composée de 3 gâteaux cylindriques superposés, tous centrés sur l’axe (d) comme l’indique la figure ci-dessous :

- Les trois gâteaux cylindriques sont de même hauteur : 10 cm.
- Le plus grand gâteau cylindrique, le n°1, a pour rayon 30 cm.
- Le rayon du gâteau n°2 est égal au 2/3 de celui du gâteau n°1.
- Le rayon du gâteau n°3 est égal au 3/4 de celui du gâteau n° 2.



a. Montre que le rayon du gâteau n°2 est de 20 cm.

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

b. Calcule le rayon du gâteau n°3.

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

c. Calcule le volume du gâteau n°1

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

d. Calcule le volume du gâteau n°2

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

e. Calcule le volume du gâteau n°3

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

f. Montre que le volume total exact de la pièce montée est égal à $15250\ \pi$ cm^3.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

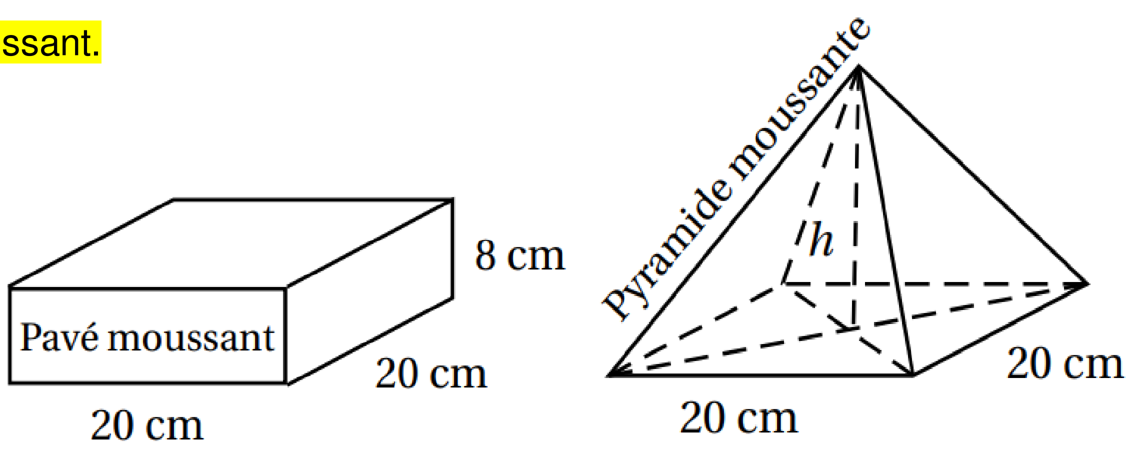
……………………………………………………………………………………

8. D'après brevet

Un vendeur de bain moussant souhaite faire des coffrets pour les fêtes de fin d'année.

En plus du traditionnel « pavé moussant », il veut aussi proposer des « pyramides moussantes ».

Il souhaite que la pyramide moussante ait le même volume que le pavé moussant.



a. Calcule le volume d'un « pavé moussant ».

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

b. Montre que le volume d'une « pyramide moussante » est égal à :

$$\frac{400 \times h}{3}\ cm^3$$

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

c. Détermine alors la hauteur qu'il faut à une pyramide pour qu'elle ait le même volume qu'un pavé.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

1. Un prisme droit a pour base un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm. Sa hauteur est mesure 5 cm.

Détermine son volume.

La base est un rectangle :

Aire de la base = longueur x largeur

Aire de la base = 6 x 5 = 30 cm²

Volume du prisme droit = aire de la base x hauteur

Volume du prisme droit = 30 x 5 = 150 cm^3

2. Un cylindre a un rayon de 3 m. Sa hauteur mesure 5 m.

a. Détermine la valeur exacte du volume du cylindre

Aire de la base = $\pi \times R^2$= $\pi \times 3^2 = 9\pi$ m²

Volume du cylindre = Aire de la base × hauteur = $9\pi \times 3 = 27\,\pi\ \mathrm{m}^3$

b. Détermine la valeur approchée arrondie à l'unité du volume du cylindre

Valeur approchée du volume du cylindre ≈ 84,82 m^3≈ 85 m^3 à l'unité près

3. Un cône a pour diamètre 2 m et pour hauteur 5 m.

a. Calcule la valeur exacte du volume de ce cône.

Le diamètre du cône est 2m.

Donc le rayon du cône est 1m

Aire de la base = $\pi \times 1^2 = \pi$ m^2

Volume du cône = $\frac{1}{3}$ × aire de la base × hauteur

Volume du cône = $\frac{1}{3} \times \pi \times 5 = \frac{5}{3}\pi \text{ m}^3$

b. Détermine la valeur approchée arrondie à l'unité du volume du cône

Valeur approchée du volume du cône ≈ $5{,}23 \text{ m}^3$ ≈ 5 m^3 à l'unité près.

4. Une pyramide a pour base un rectangle de dimensions 8 cm et 4 cm .Sa hauteur est de 5 cm.

Détermine une valeur approchée au dixième près du volume de cette pyramide

La base est un rectangle :

Aire de la base = longueur x largeur

Aire de la base = 8 x 4 = 32

Volume de la pyramide = $\frac{1}{3} \times$ aire de la base x hauteur

Volume de la pyramide = $\frac{1}{3} \times 32 \times 5 \approx 53{,}33 \text{ cm}^3$

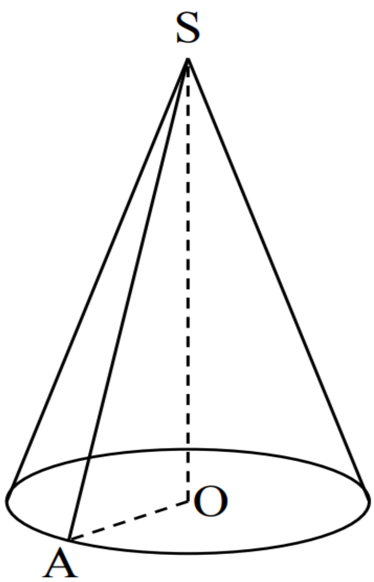
$\approx 53{,}3 \text{ cm}^3$au dixième près

5. D'après Brevet

On considère une bougie conique représentée ci-contre.

La figure n'est pas aux dimensions réelles

- Le rayon OA de sa base est 2,5 cm.
- La longueur du segment [SA] est 6,5 cm.



a. Sans justifier, donne la nature du triangle SAO.

Le triangle SAO est un triangle rectangle en O

b. Construis le triangle SAO en vraie grandeur.

Tu sais que OA= 2,5 cm.

Tu construis donc le segment [OA] de longueur 2,5 cm.

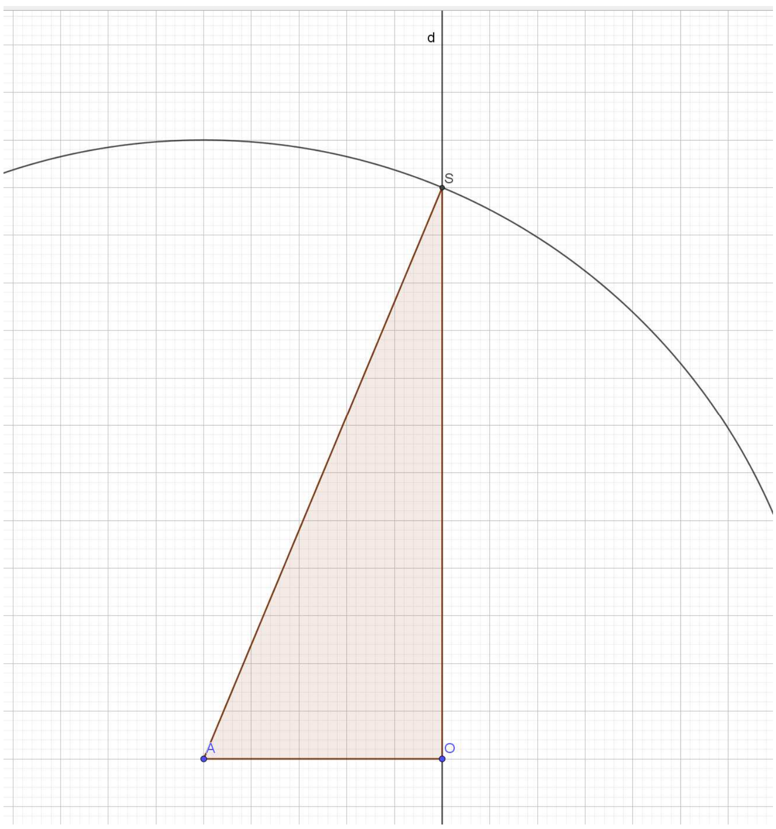
Puis tu traces la perpendiculaire (d) à (OA) passant par O.

Et d'autre part le point S est tel que SA = 6,5 cm.

Donc tu traces un arc de cercle de centre A et de rayon 6,5 cm.

A l'intersection de cet arc de cercle et de la droite (d) tu places le point S.

Il ne te reste plus qu'à tracer le triangle SOA.



c. Montre que la hauteur SO de la bougie est 6 cm.

On applique le théorème de Pythagore au triangle SAO rectangle en O.

$SA^2 = SO^2 + AO^2$

$6,5^2 = SO^2 + 2,5^2$

$SO^2 = 6,5^2 - 2,5^2$

$SO^2 = 42,25 – 6,25$

$SO^2 = 36$

SO = 6 cm

d. Calcule le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie ;

Tu en donneras la valeur arrondie au dixième de cm³

Volume de cire nécessaire = Volume du cône

On va d'abord calculer l'aire de la base :

Aire de la base = $\pi \times R^2 = \pi \times 2,5^2 = 19,635\ \mathrm{cm}^2$

La hauteur du cône est SO = 6 cm

Volume du cône = $\frac{1}{3} \times 19,635 \times 6 =$ 39,3 cm^3 au dixième près

Le volume de cire nécessaire est de 39,3 cm^3

e. Calcule l'angle $\widehat{ASO}$: Tu en donneras la valeur arrondie au degré.

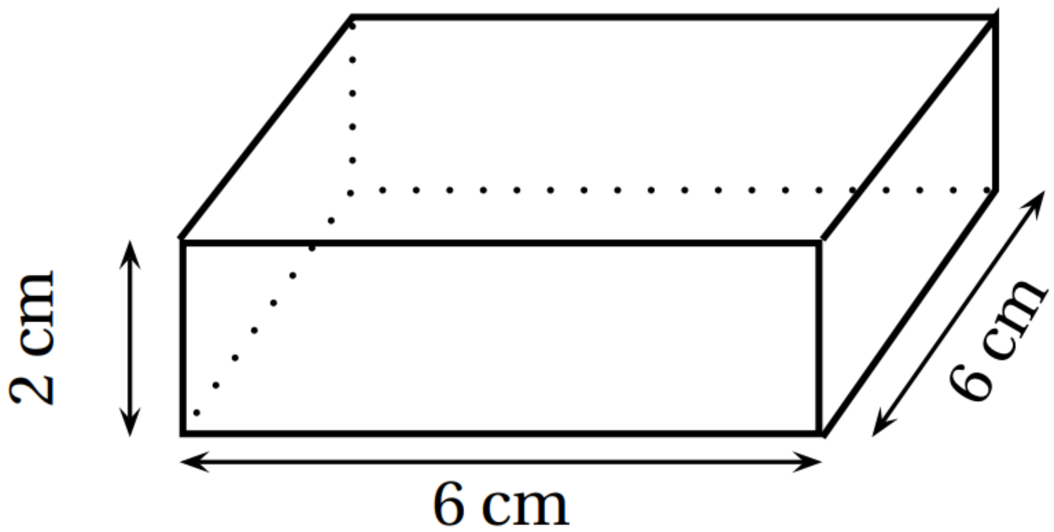
$$\sin \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} = \frac{2,5}{6,5}$$

$$\widehat{ASO} = \sin^{-1}\left(\frac{2,5}{6,5}\right) = 23° \text{ arrondi au degré près}$$

6. D'après brevet

Flora fait des bracelets avec de la pâte à modeler.

- Ils sont tous constitués de 8 perles rondes et de 4 perles longues.
- Cette pâte à modeler s'achète par blocs qui ont tous la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont précisées ci-dessous
- La pâte peut se pétrir à volonté et durcit ensuite à la cuisson.



Information sur les perles : Il y a deux types de perles.

Une perle ronde	Une perle longue
 Boule de de diamètre 8 mm	 Cylindre de hauteur 16 mm et de diamètre 8 mm

Flora achète deux blocs de pâte à modeler :

- Un bloc de pâte à modeler bleue pour faire les perles rondes.
- Un bloc de pâte à modeler rouge pour faire les perles longues.

a. Quel est le volume d'un bloc de pâte à modeler ?

Un bloc de pâte à modeler est un pavé droit à base carrée.

Volume du pavé droit = aire de la base $\times$ hauteur

Volume du pavé droit = 6 x 6 x 2 = 72 cm^3

b. Quel est le volume d'une perle ronde arrondi à l'unité ?

Une perle ronde est une boule de diamètre 8 mm donc de rayon 4 mm

Son volume est :

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = 268\ \mathrm{mm}^3 \text{à l'unité près.}$$

c. Quel est le volume d'une perle longue arrondi à l'unité?

Une perle longue est un cylindre de diamètre 8 mm donc de rayon 4 mm et de hauteur 16 mm.

Son volume est : $\text{Aire de la base } \times \text{hauteur}$

Soit : $\pi \times 4^2 \times 16 = 804 \quad \text{mm}^3$ à l'unité près.

d. Combien de bracelets peut-elle ainsi espérer réaliser ?

Pour faire un bracelet, on utilise 8 perles rondes dans le bloc de pâte à modeler bleue :

72 cm^3 = 72000 mm^3.

On peut donc fabriquer : 72000 ÷ 268 = 268 perles rondes avec un bloc.

Et on peut donc fabriquer 72000 ÷ 804 = 89 perles longues avec un bloc.

Avec 89 perles longues on peut faire 89 ÷ 4 = 22 bracelets

Il faudra 22 x 8 = 196 perles rondes

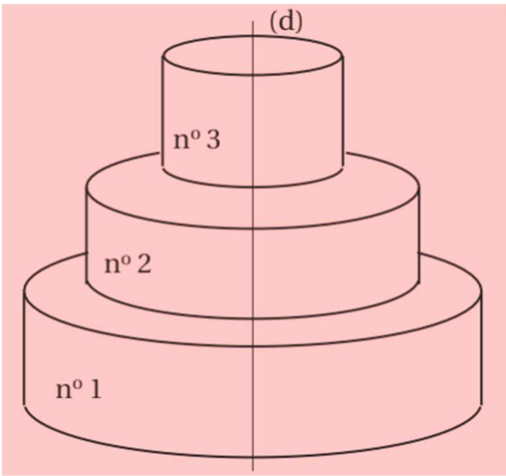
On les a puisqu'avec le bloc, on peut faire 268 perles rondes.

On fera donc 22 bracelets.

7. D’après brevet

Paul et Michèle ont choisi comme gâteau de mariage une pièce montée composée de 3 gâteaux cylindriques superposés, tous centrés sur l’axe (d) comme l’indique la figure ci-dessous :

- Les trois gâteaux cylindriques sont de même hauteur : 10 cm.
- Le plus grand gâteau cylindrique, le n°1, a pour rayon 30 cm.
- Le rayon du gâteau n°2 est égal au 2/3 de celui du gâteau n°1.
- Le rayon du gâteau n°3 est égal au 3/4 de celui du gâteau n° 2.



a. Montre que le rayon du gâteau n°2 est de 20 cm.

Le rayon du gâteau n°1 est de 30 cm.

Le rayon du gâteau n°2 est égal à :

$$\frac{2}{3} \times 30 = 20 \text{ cm}$$

b. Calcule le rayon du gâteau n°3.

Le rayon du gâteau n°2 est égal à 20 cm.

Le rayon du gâteau n°3 est égal à :

$$\frac{3}{4} \times 20 = 15 \text{ cm}$$

c. Calcule le volume du gâteau n°1

Le gâteau n°1 est un cylindre de 30 cm de rayon et de 10 cm de hauteur

Le volume du gâteau n°1 est égal à : $\pi \times 30^2 \times 10 = 9000\pi$ cm^3

d. Calcule le volume du gâteau n°2

Le gâteau n°2 est un cylindre de 20 cm de rayon et de 10 cm de hauteur

Le volume du gâteau n°2 est égal à : $\pi \times 20^2 \times 10 = 4000\pi$ cm^3

e. Calcule le volume du gâteau n°3

Le gâteau n°3 est un cylindre de 15 cm de rayon et de 10 cm de hauteur

Le volume du gâteau n°3 est égal à : $\pi \times 15^2 \times 10 = 2250\pi$ cm^3

f. Montre que le volume total exact de la pièce montée est égal à $15\ 250\pi$ cm^3.

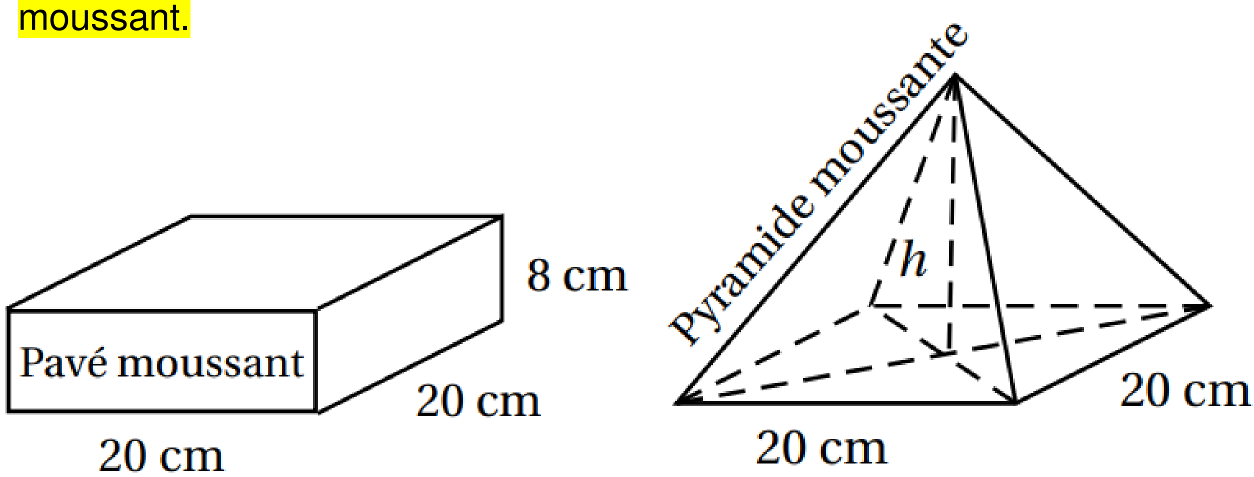
Volume de la pièce montée = $9000\pi + 4000\pi + 2250\pi = 15250$ cm^3

8. D'après brevet

Un vendeur de bain moussant souhaite faire des coffrets pour les fêtes de fin d'année.

En plus du traditionnel « pavé moussant », il veut aussi proposer des « pyramides moussantes ».

Il souhaite que la pyramide moussante ait le même volume que le pavé moussant.



a. Calcule le volume d'un « pavé moussant ».

Le pavé moussant est un prisme droit de base carrée de côté 20 cm et de hauteur 8 cm.

Son volume est égal à :

20 x 20 x 8 = 3200 cm^3

b. Montre que le volume d'une « pyramide moussante » est égal à :

$$\frac{400 \times h}{3}\ cm^3$$

La pyramide moussante est une pyramide de base carrée de côté 20 cm et de hauteur h.

Son volume est égal à :

$$\frac{1}{3} \times 20\ \times 20\ \times h = \frac{400}{3} \times h$$

c. Détermine alors la hauteur qu'il faut à une pyramide pour qu'elle ait le même volume qu'un pavé.

On veut que le pavé ait le même volume que la pyramide :

On doit donc résoudre l'équation :

$$\frac{400 \times\ h}{3} = 3200$$

$$400\ \times h = 3200$$

$$h = \frac{3200}{400}$$

$$h = 8$$

La pyramide doit avoir 8 cm de hauteur