



Réciproque du théorème de Pythagore

Cours 4ème

1- Démontrer qu'un triangle est rectangle

Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle ABC on a l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

Méthode

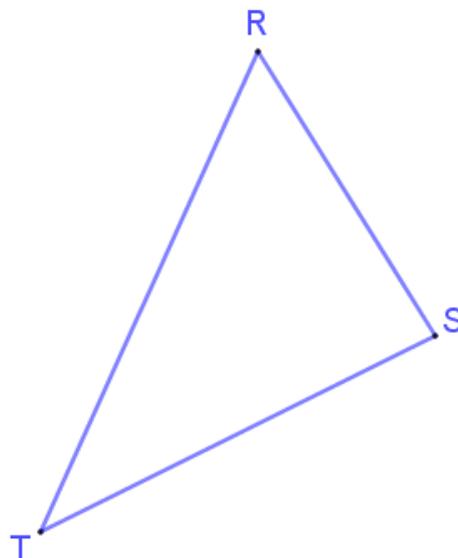
La réciproque du théorème de Pythagore sert à démontrer qu'un triangle est rectangle.

Exemple

On considère un triangle RST.

On sait que :

- $RS = 6 \text{ cm}$
- $ST = 8 \text{ cm}$
- $TR = 10 \text{ cm}$



On veut démontrer que le triangle RST est rectangle.

Etape 1 : On repère le côté le plus long.

Ici, le côté le plus long est le côté [TR].

Etape 2 : On calcule le carré du côté le plus long.

$$TR^2 = 10^2 = 100.$$

Etape 3 : On calcule la somme des carrés des deux autres côtés.

$$RS^2 + ST^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

Etape 4 : On remarque que l'égalité de Pythagore est vraie.

On remarque que $TR^2 = RS^2 + ST^2$.

Etape 5 : On conclut que le triangle est rectangle.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle RST est rectangle en S.

2- Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Propriété :

Si dans un triangle ABC, BC^2 n'est pas égal à $AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

Attention : cette propriété n'est pas la réciproque du théorème de Pythagore.

C'est la contraposée du théorème de Pythagore.

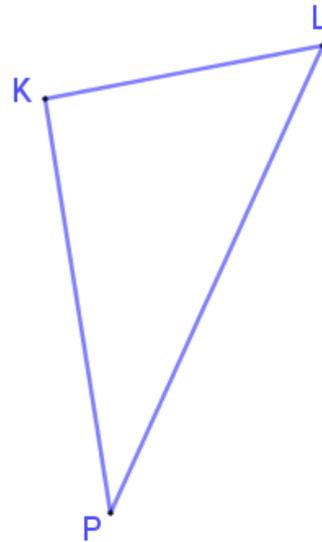
La contraposée du théorème de Pythagore sert à démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

Exemple

On considère un triangle KLP.

On sait que :

- $KL = 7 \text{ cm}$
- $LP = 9 \text{ cm}$
- $KP = 11,5 \text{ cm}$



On veut démontrer que le triangle KLP n'est pas rectangle.

Etape 1 : On repère le côté le plus long.

Ici, le côté le plus long est le côté [KP].

Etape 2 : On calcule le carré du côté le plus long.

$$KP^2 = 11,5^2 = 132,25.$$

Etape 3 : On calcule la somme des carrés des deux autres côtés.

$$KL^2 + LP^2 = 7^2 + 9^2 = 49 + 81 = 130.$$

Etape 4 : On remarque que l'égalité de Pythagore n'est pas vraie.

On remarque que KP^2 n'est pas égal à $KL^2 + LP^2$.

Etape 5 : On conclut que le triangle n'est pas rectangle.

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle KLP n'est pas rectangle.